

ESTIMACIÓN DE LOS DESPLAZAMIENTOS LATERALES ELÁSTICOS DE MUROS CON MÚLTIPLES ABERTURAS CONSIDERANDO UNA ABERTURA EQUIVALENTE Y LA RIGIDEZ DE UN ANCHO EFECTIVO DE LOSA¹

Arturo Tena Colunga², Angel Eduardo Liga Paredes³

RESUMEN: Se comparan las aproximaciones obtenidas con el método del marco equivalente y el Beck-Coull para estimar los desplazamientos laterales elásticos de muros con múltiples aberturas por entrepiso con los resultados obtenidos con el método del elemento finito para modelaciones hechas con mallados razonablemente finos. Se estudiaron muros de varios niveles y con distribuciones simétricas y asimétricas de dos aberturas por entrepiso con respecto a un eje vertical. Se consideró la aportación de la rigidez de losa en cada nivel a través de un ancho equivalente conforme lo establecen las normas de mampostería de México. Se consideraron distintas rigideces tanto de los muros como de las losas de entrepiso. Se evalúa una propuesta actualizada para definir una sola abertura equivalente por entrepiso a partir de varias aberturas. Se confirma que la aproximación de los métodos en estudio es mayor: a) a medida que las aberturas múltiples por entrepiso son más regulares y simétricas y, b) a medida que aumentan el número de niveles considerados en los muros en el método Beck-Coull. La modelación de la rigidez de la losa tiene mayor impacto en muros que incluyen aberturas típicas de puertas, pero es menos importante en muros con exclusivamente aberturas tipo ventana, sobre todo si son simétricas.

Palabras clave: abertura equivalente, desplazamientos laterales, muros con aberturas, rigidez de la losa, rigidez lateral elástica.

ASSESSMENT OF ELASTIC LATERAL DISPLACEMENTS OF WALLS WITH MULTIPLE OPENINGS CONSIDERING AN EQUIVALENT OPENING AND THE SLAB STIFFNESS

ABSTRACT: Approximations obtained with the equivalent frame method and Beck-Coull method to assess elastic lateral displacement profiles of walls with multiple openings per story are compared to results obtained with the finite element method using reasonably fine meshes. Multistory walls were studied, considering symmetric and asymmetric distribution of two openings per story with respect to a vertical axis. The contribution of slabs in the lateral stiffness was considered through an equivalent flange as recommended in the masonry guidelines of Mexican codes. Different stiffnesses are considered for the walls and the slabs. An updated proposal to define an equivalent opening from multiple openings per story is evaluated. From the obtained results it is confirmed that approximations obtained with the studied methods is improved: a) as multiple openings are more regular and symmetric and, b) as the number of stories of the wall increases in the Beck-Coull method. The contribution of the stiffness of the slab has an important impact for walls with typical door openings, but it is less important for walls with only typical window openings, particularly if multiple window openings are symmetrically disposed.

Keywords: elastic lateral stiffness, equivalent opening, lateral displacements, slab stiffness, walls with openings.

INTRODUCCIÓN

La estimación de la rigidez lateral de muros de cortante con aberturas es importante en el diseño sísmico de estructuras con base en muros. Sin embargo, es un tema poco abordado en años recientes, más aún cuando el muro posee varias aberturas para acomodar ventanas y puertas, principalmente. En un artículo complementario (Tena y

¹ Artículo recibido el 26 de mayo de 2017 y aceptado el 9 de agosto de 2017.

² Profesor, Departamento de Materiales, Universidad Autónoma Metropolitana, Av. San Pablo 180, Col. Reynosa Tamaulipas, 02200 Ciudad de México, México. E-mail: atc@correo.azc.uam.mx

³ Estudiante de Posgrado en Ingeniería Estructural, Universidad Autónoma Metropolitana, Av. San Pablo 180, Col. Reynosa Tamaulipas, 02200 Ciudad de México, México. E-mail: liga_c@hotmail.com

Liga, 2017) se presenta una revisión de los principales métodos de análisis que se propusieron desde los años cincuenta y sesenta y que, por su simplicidad y versatilidad, se siguen empleando ampliamente. De ellos, el más empleado es el método del marco equivalente, que en México se conoce como el método de la columna ancha equivalente, cuyos fundamentos fueron propuestos (al parecer) por Norman Green en 1952 (Green, 1952; MacLeod, 2014) y que en México se emplea una variante del método estudiado formalmente por Schwaighofer y Microys (1969), pues en él se considera que los nudos muro-viga son infinitamente rígidos a flexión, por lo que en las vigas esas intersecciones se modelan como zonas de rigidez infinita (por ejemplo: Tena, 2007). En mucho menor proporción se emplea el método donde las vigas que conectan a los muros se substituyen por un medio continuo de cortante, cuya propuesta original parece ser de Hubert Beck (Beck, 1962; MacLeod, 2014) y que fue extendido notablemente por Alexander Coull y sus colaboradores, y cuya versión más conocida es la presentada en Coull y Choudhury (1967 a, b), debido a que es de muy fácil aplicación.

En general, el método del marco equivalente se calibró originalmente con los resultados de algunos cuantos muros de poca elevación y esencialmente con patrones de aberturas simétricos o prácticamente simétricos con respecto a un eje vertical (Schwaighofer y Microys, 1969). Las calibraciones realizadas con aberturas ubicadas asimétricamente con respecto al eje centroidal de un muro completamente sólido fueron hechas para el método de los muros conectados por un medio continuo de cortante (Coull y Choudhury, 1967 a, b). De hecho, Alexander Coull extendió notablemente este método y derivó soluciones para muros que tienen varias franjas de aberturas regulares (tipo ventana) que conectan a muros que pueden ser de distintas longitudes (Coull y Puri, 1967; Coull y Subedi, 1972) y cuyas soluciones también calibraron muy bien con resultados experimentales de micromodelos de 21 niveles de una lámina de araldita (resina epóxica termoestable) de 5/8 de pulgadas de espesor. Sin embargo, la simplicidad de la solución obtenida para muros con una sola franja regular de aberturas (Coull y Choudhury, 1967 a, b) se pierde cuando se consideran más aberturas, por lo que las soluciones son mucho más complejas. Tal vez por ello, las expresiones derivadas y propuestas por Coull y Subedi (1972) para el caso de muros con varias franjas de aberturas ante la acción combinada de una carga lateral uniformemente repartida y una carga lateral en el vértice superior no han recibido la misma atención que las expresiones originalmente propuesta en Coull y Choudhury (1967 b), a pesar de su gran robustez.

En general, cuando existen múltiples aberturas en un muro se complica tanto su modelación como su solución. En el caso de aberturas muy complejas e irregulares, parece ser que irremediablemente se debe recurrir a modelaciones basadas en el método de los elementos finitos, para después proponer simplificaciones basadas en ese método. Por ejemplo, el método de la viga condensada equivalente (Tena-Colunga, 1992 a, b; Tena, 2007) es un método mixto donde se obtiene la matriz de rigidez lateral de muros que son idealizados como vigas condensadas equivalentes, a partir de utilizar el método de las flexibilidades junto con el método de los elementos finitos para discretizar a los muros con aberturas. Este método es para fines prácticos exacto, dado que, en esencia, es una condensación estática realizada numéricamente de la discretización en elementos finitos de muros con aberturas. Sin embargo, tiene la limitante que se requiere emplear primero forzosamente modelados de los muros con aberturas con elementos finitos. En un trabajo previo se propuso el concepto de una abertura equivalente para muros con múltiples aberturas y emplearla para evaluar, entre otros, al método del marco equivalente y al método de Coull y Choudhury (Tena et al., 2011). Los resultados de ese estudio permitieron concluir que los métodos del marco equivalente y de Coull y Choudhury pierden precisión cuando existen múltiples aberturas, sobre todo si su patrón es complejo a lo largo y a lo alto del muro.

En este trabajo se continúa la investigación sobre la eficacia de varios métodos simplificados para modelar muros con múltiples aberturas, simétricas y asimétricas, cuando se comparan con elementos finitos, y empleando también el concepto de una abertura equivalente. La gran mayoría de los detalles del estudio se presentan en Liga (2017) y se describen, resumen y comentan en las siguientes secciones.

PARÁMETRO DE ABERTURA, λ

Para describir de la mejor manera posible los muros estudiados, así como simplificar la explicación de varios métodos en estudio en función de la abertura, se hace la siguiente definición. Se define como parámetro de abertura, λ , a la relación entre el área de la abertura y el área del muro en cada piso, como se ilustra en la Figura 1.

Así, se tiene que el parámetro de abertura, expresado en porcentaje, se calcula como:

$$\lambda = 100 \frac{l_0 h_0}{LH} \quad (1)$$

donde L y H son, respectivamente, la longitud y altura del muro en cada piso, mientras que l_0 y h_0 son la longitud y altura de la abertura respectivamente, como se ilustra en la Figura 1.

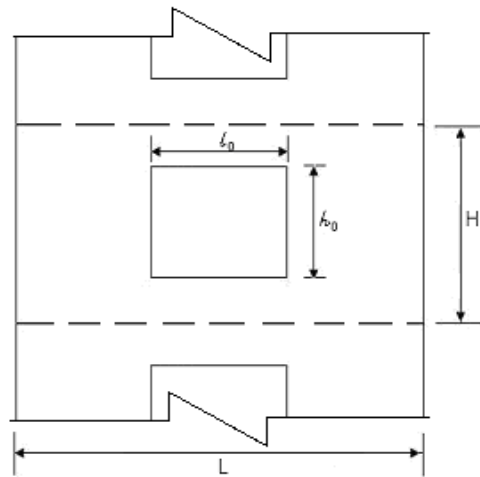


Figura 1: Definición del parámetro de abertura λ .

MÉTODOS APROXIMADOS EN EVALUACIÓN

Una opción que es atractiva para simplificar el análisis de muros con múltiples aberturas es definir una abertura equivalente y, con base en ello, estimar los desplazamientos laterales, para después, con base en ello y las fuerzas laterales promedio atraídas, redistribuir las fuerzas entre los distintos segmentos de muros utilizando métodos simplificados basados en las rigideces relativas de cada murete (por ejemplo, Muto, 1956; Schneider and Dickey, 1987; Abrams, 1991). Así, se resumen a continuación los métodos simplificados donde se pueden evaluar muros con múltiples aberturas, incluyendo el concepto de una abertura equivalente.

Método de Coull-Choudhury (Beck-Coull)

Parece ser que Beck (1962) fue quien propuso originalmente el método donde dos hileras de muros simétricos acoplados por vigas peraltadas se discretizan por dos hileras de muros conectados por un medio continuo de cortante, según se ilustra en la Figura 2. Sin embargo, Alexander Coull y sus colaboradores son los responsables de extender la aplicación de este método considerando: a) dos hileras de muros con distinta rigidez (con aberturas asimétricas al eje centroidal del muro si fuera completamente sólido) y, b) más de dos hileras de muros. En este trabajo, por su versatilidad y sencillez, se empleó el método que presentaron Coull y Choudhury (1967 b), donde se consideran dos hileras de muros, cuyas propiedades pueden ser distintas, y donde las vigas, dinteles o losas de entrepiso se reemplazan por un medio continuo equivalente (Figura 2). Considerando la estructura de muros de cortante de la Figura 2, las vigas de conexión individuales de rigidez EI_p se reemplazan por un medio equivalente continuo o láminas de rigidez EI_p/h por unidad de altura, donde E es el módulo de elasticidad del material con que se construye el muro, I_p es el momento de inercia de las vigas de conexión y h es la altura típica de entrepiso (Figura 2).

Las aberturas se consideran ubicadas en franjas verticales bien definidas. Para el caso común de una sola franja de aberturas, Coull y Choudhury (1967 b) proponen utilizar el parámetro αH , donde los parámetros adimensionales α , β y μ se calculan como:

$$\alpha = \sqrt{\beta\mu l} \quad (2)$$

$$\beta = \frac{12I_p l}{hb^3(I_1 + I_2)} \quad (3)$$

$$\mu = 1 + \frac{(A_1 + A_2)(I_1 + I_2)}{A_1 A_2 l^2} \quad (4)$$

donde l es la distancia entre los ejes centroidales de los muros, b es la longitud de la abertura típica, H es la altura total del muro, I_1 e I_2 y A_1 y A_2 son los momentos de inercia y las áreas de las hileras de muros 1 y 2 respectivamente (Figura 2) y las otras variables ya han sido previamente descritas.

Cuando $\alpha H > 8$, los muros tienden a comportarse como un muro simple en voladizo; en cambio, para $\alpha H < 4$, el comportamiento es más parecido al de dos muros acoplados por una viga, por lo cual el comportamiento tipo marco equivalente con columnas anchas es más representativo.

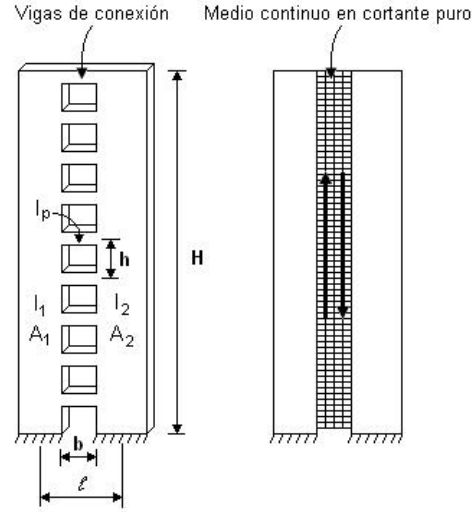


Figura 2: Modelo de Coull y Choudhury.

Si se cuenta con una sola hilera de aberturas, el impacto de las aberturas en la rigidez lateral del muro se puede evaluar comparando los siguientes parámetros de rigidez:

$$K_w = \frac{3EI_w}{H^3} \quad (5)$$

$$K_{wo} = \frac{3E(I_1 + I_2)}{H^3 K_4} \quad (6)$$

donde K_w y K_{wo} son las rigideces laterales del muro sin o con aberturas, respectivamente, I_w es el momento de inercia del muro considerando que no tiene aberturas, K_4 es un parámetro adimensional que se calcula con la ecuación (7) y las demás variables ya han sido descritas.

$$K_4 = 1 - \frac{3}{\mu} \left(\frac{1}{3} + \frac{\sinh(\alpha H)}{(\alpha H)^3 \cosh(\alpha H)} - \frac{1}{(\alpha H)^2} \right) \quad (7)$$

El desplazamiento lateral máximo (Δ) en la parte superior del muro ante una carga lateral dada (P) se calcula con la ecuación:

$$\Delta = \frac{PH^3 K_4}{3E(I_1 + I_2)} \quad (8)$$

En el método original de Coull y Choudhury (1967b) sólo se estima el desplazamiento máximo en la parte superior del muro, por lo que empleando la propuesta más racional estudiada en Tena et al. (2011) para obtener los desplazamientos laterales en cada piso, el desplazamiento lateral a cualquier altura x , $\Delta(x)$, se obtiene modificando la ecuación (8) de la siguiente manera:

$$\Delta(x) = \frac{PH^{5/4} x^{7/4} K_4}{3E(I_1 + I_2)}; \quad 0 \leq x \leq H \quad (9)$$

Método del marco equivalente

En este estudio se evaluó el método del marco equivalente más empleado en el diseño de estructuras con base en muros en México. Las hipótesis generales de modelado son las siguientes (por ejemplo: Tena, 2007):

1. Los ejes centroidales de las secciones transversales de los muros y de las vigas de conexión forman un marco equivalente (Figura 3).
2. Las características de la sección transversal de todas las columnas del marco equivalente son idénticas a las correspondientes de las secciones de los muros y, por ello, se consideran las secciones brutas de los muros.

3. Las porciones centrales de las vigas tienen las mismas propiedades de las vigas de conexión de la estructura del muro de cortante.
4. Las secciones extremas de las vigas no rotan teóricamente (tienen rigidez infinita a flexión), por lo que dichas zonas se discretizan como de rigidez infinita tanto a flexión como axialmente (Figura 3).

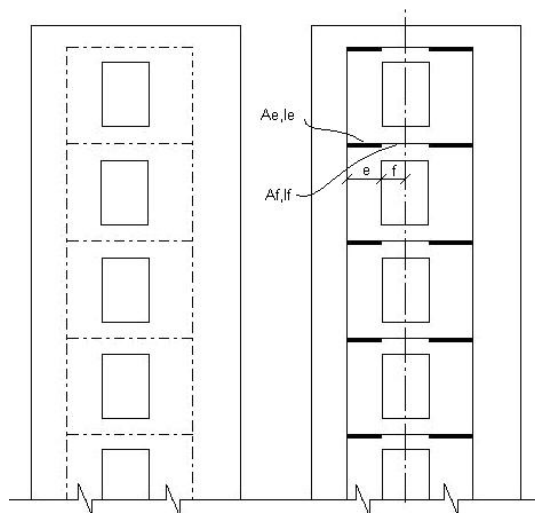


Figura 3: Marco equivalente propuesto por Schwaihofer y Microys (1969). En este estudio se considera que $A_e \rightarrow \infty$ e $I_e \rightarrow \infty$.

MUROS CON VARIAS ABERTURAS EN ESTUDIO

En este trabajo se estudiaron muros de tres a dieciocho niveles con dos filas de aberturas bien definidas, que se basan en la geometría de los modelos a escala 1:4 RM1 y RM3, estudiados en la Universidad de Illinois en Urbana-Champaign tanto experimental (Abrams, et al., 1990; Paulson, 1990) como analíticamente (Tena y Abrams, 1989; Tena-Colunga y Abrams, 1990).

Los modelos en estudio se presentan en la Figura 4, donde sus dimensiones fueron ajustadas ya a una escala real, de manera que su longitud y su altura de entrepiso coincidieran con las de los muros con una sola franja de aberturas estudiados (Liga, 2017; Tena y Liga, 2017). En todos los casos, el espesor del muro considerado es $t = 22$ cm.

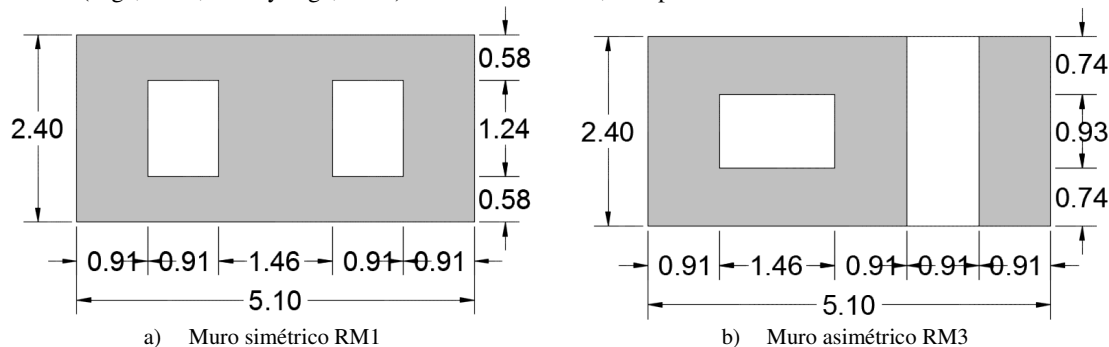


Figura 4: Dimensiones (en metros) de los muros de dos filas de aberturas en estudio.

El modelo RM1 (Figura 4a) posee dos franjas de aberturas de ventanas del mismo tamaño cuyo centroide coincide con el del muro, por lo que es totalmente simétrico. El parámetro de abertura es $\lambda = 18.4\%$. El modelo RM3 (Figura 4b) posee una abertura típica de ventana y otra tipo puerta, cuyo centroide está en una excentricidad del 25%. El parámetro de abertura es $\lambda = 28.9\%$.

Dado que la altura de entrepiso típica es de 2.40 m, y la longitud típica de cada muro es de 5.10 m, por lo tanto, las relaciones de aspecto (altura total entre longitud, H/L) de los muros son $H/L = 1.41$ para los muros de tres niveles, $H/L = 2.82$ para los muros de seis niveles, $H/L = 4.24$ para los muros de nueve niveles, $H/L = 5.65$ para los muros de 12 niveles, $H/L = 7.06$ para los muros de 15 niveles y $H/L = 8.48$ para los muros de 18 niveles.

Se consideró un espesor de 12 cm para la losa de concreto y un ancho a cada lado de cuatro veces el espesor de la losa ($4t$), como se indica en las Normas Técnicas Complementarias de Estructuras de Mampostería (NTCM-04

2004) del Reglamento para las Construcciones del Distrito Federal Vigente. El patín equivalente de $8t$ más el ancho del alma del muro (o de una viga, en su caso) se ubicó en los centros de ejes en los tres métodos estudiados.

Para todos los casos se consideraron tres calidades diferentes de piezas de mampostería de concreto, en función de su módulo de elasticidad, E_m (Tabla 1). El muro tipo A corresponde a una mampostería de excelente calidad, representativa de los bloques de concreto que se comercializan en los Estados Unidos para construir mampostería reforzada (por ejemplo: Tena y Abrams, 1989; Abrams, et al., 1990; Paulson, 1990). El muro tipo B corresponde a una mampostería de buena calidad, con bloques de concreto que sí producen en el mercado mexicano las empresas con mayor tecnología y control de calidad. El muro tipo C corresponde a una mampostería más representativa de todo el mercado mexicano cuando se construye con control de calidad, pues la resistencia de diseño de los bloques de concreto es ligeramente superior al mínimo solicitado por las NTCM-04 (2004) para emplearse en la Ciudad de México.

Tabla 1: Propiedades elásticas de muros y losas consideradas en los análisis.

Muro Tipo	E_m (ton/cm ²)	f_m^* (kg/cm ²)	Losa tipo	E_c (ton/cm ²)
A	84	400	Sin losa	-
B	36	150	I	84
C	12	60	II	100
			III	150
			IV	200
			V	250
			VI	300

Se consideró además la ausencia y presencia del sistema de piso. Para ello, se estudiaron seis distintas rigideces de la losa de concreto reforzado en función de su módulo de elasticidad, E_c (Tabla 1). Las losas tipo I y II son representativas de losas que no son muy rígidas (semi-rígidas). Las losas tipo III y IV son representativas de losas coladas monolíticamente en estructuras de concreto reforzado convencionales en México. Las losas tipo V y VI son representativas de colados monolíticos en estructuras de concreto donde se emplea $f_c' > 300$ kg/cm².

Dado que se consideraron seis alturas totales distintas, tres rigideces distintas de muros y siete rigideces del sistema de piso, el estudio paramétrico consideró un total de 252 modelos. Cabe señalar que como los análisis son de tipo elástico, los resultados son representativos para muros sólidos hechos con otros materiales (concreto reforzado, mampostería de arcilla, por ejemplo) que tengan propiedades de rigidez elástica (EI y GA_c) similares o equivalentes a las aquí consideradas.

MODELOS CON ELEMENTOS FINITOS

Todos los modelos con elementos finitos empleados en este estudio fueron elaborados en el programa SAP2000 (CSI-2013, 2013). Se emplearon elementos tipo cascarón grueso ("thick shell"), elásticos, lineales, homogéneos e isotrópicos, y con módulo de Poisson de 0.15 en ambos materiales. En todos los análisis se aplicó una carga lateral total $F = 158.76$ ton (350,000 lb) en la parte superior de los muros, la cual se distribuyó como se indica en la siguiente sección. Como se comenta en el artículo compañero (Tena y Liga, 2018) al tratarse de análisis elásticos para estimar amplificaciones relativas en los perfiles de desplazamientos, la magnitud de la carga lateral es irrelevante, pues en teoría debería ser una carga unitaria, pero la magnitud se seleccionó para reducir la posibilidad de tener imprecisiones por errores por truncación numérica.

Discretización de la carga lateral

A base de la experiencia ganada en el estudio de los muros con una sola fila de aberturas, la carga lateral se discretizó equitativamente en tres líneas de nodos a lo ancho de la losa del techo (Figura 5), es decir, en extremos y centro del muro en su dimensión mayor (Figura 5), ya que esta distribución es práctica, permite modelar de manera razonable la transmisión de la carga lateral a través de las losas y además garantiza una correcta estimación de los desplazamientos laterales promedio de los muros en estudio.

Definición del tamaño del mallado

Para seleccionar el mallado mínimo necesario para discretizar los muros con aberturas, se utilizó un criterio energético, donde se calculó la energía (E) asociada al trabajo externo (W_E) desarrollado cuando se aplica a los muros una carga lateral uniformemente distribuida en el extremo superior para tres distintas mallas (Figura 5), que está dado por:

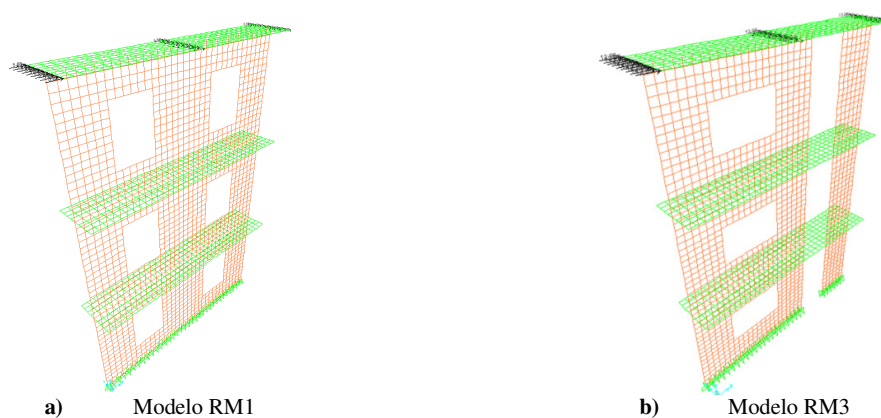


Figura 5: Discretización de la aplicación de la carga lateral en los modelos RM1 y RM3 con el SAP2000.

$$E = W_E = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n F_i d_i \quad (10)$$

donde F_i es la magnitud de la fuerza lateral uniformemente distribuida en el nodo i , d_i es el desplazamiento lateral del nodo i y n es el número total de nodos donde se aplican las cargas laterales F_i .

A base de la experiencia ganada para los muros con una sola franja de aberturas (Liga, 2017; Tena y Liga, 2017), para este caso sólo se estudió el caso más crítico en cuanto a precisión que correspondería a los modelos RM1 y RM3 de tres niveles. Se realizó una modelación sin losa, y se consideraron mallados de: a) para el modelo RM1, 168, 742 (Figura 6a) y 2968 elementos tipo cascarón grueso por nivel y, b) para el modelo RM3, 143, 678 (Figura 6b) y 2712 elementos tipo cascarón grueso por nivel.

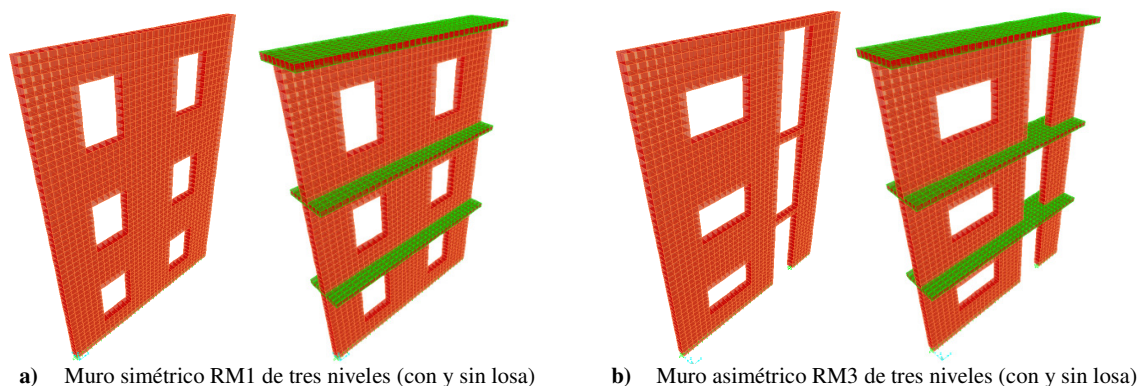


Figura 6: Isométricos de los mallados utilizados en los análisis de los muros con múltiples aberturas.

Los resultados se presentan en la Figura 7, donde para facilidad de interpretación, se normaliza la energía (E) obtenida con cada modelo con respecto a la energía obtenida para la malla más fina (E_{2700+}). Se aprecia de la Figura 7 que empleando 742 y 678 elementos finitos por cada nivel para los modelos RM1 y RM3 respectivamente, se obtiene más del 96% de la energía. Por ello, y con la finalidad de emplear un mismo mallado en todos los modelos, en este estudio se emplearon mallados de 724 y 678 elementos tipo cascarón en cada piso para los modelos RM1 y RM3, respectivamente, para todos los niveles considerados.

Impacto de la rigidez de los muros y de la losa

Se evaluó el impacto de la rigidez de un ancho equivalente de losa en los perfiles de desplazamiento de muros con aberturas. Dado que los módulos de elasticidad y de cortante de los materiales que se emplean en muros normalmente difieren del empleado en la losa (Tabla 1), es importante valorar también el impacto relativo que distintas combinaciones de módulos de elasticidad de los muros (E_m , Tabla 1) y de las losas (E_c , Tabla 1) tienen en los perfiles de desplazamientos laterales promedio, a medida que aumenta la altura total (o esbeltez) de los muros, aún dentro del intervalo de comportamiento elástico. Por ello, y con fines ilustrativos, en las Figuras 8 y 9 se

presentan, para los modelos RM1 y RM3 respectivamente, las ampliaciones relativas de los perfiles de desplazamientos entre los muros más flexibles y rígidos en estudio, cuando se considera o desprecia el ancho equivalente de losa. En las Figuras 8 y 9 se identifica como Δ_{Em12} a los desplazamientos de los muros más flexibles en estudio (cuando $E_m = 12 \text{ ton/cm}^2$) y como Δ_{Em84} a los desplazamientos de los muros más rígidos en estudio (cuando $E_m = 84 \text{ ton/cm}^2$). De igual manera, la rigidez relativa de la losa se identifica con base en su módulo de elasticidad, por lo que E_{c84} identifica los resultados cuando $E_c = 84 \text{ ton/cm}^2$, mientras que E_{c300} cuando $E_c = 300 \text{ ton/cm}^2$ (Tabla 1). Cabe señalar que los cocientes se tomaron entre muros con la misma modelación de la losa. Por ejemplo, las curvas identificadas como E_{c84} en las Figuras 8 y 9 corresponden al cociente de desplazamientos de los modelos cuando se considera $E_m = 12 \text{ ton/cm}^2$ entre los desplazamientos de los modelos cuando se emplea $E_m = 84 \text{ ton/cm}^2$ cuando en ambos modelos se considera que el módulo de elasticidad de la losa es $E_c = 84 \text{ ton/cm}^2$.

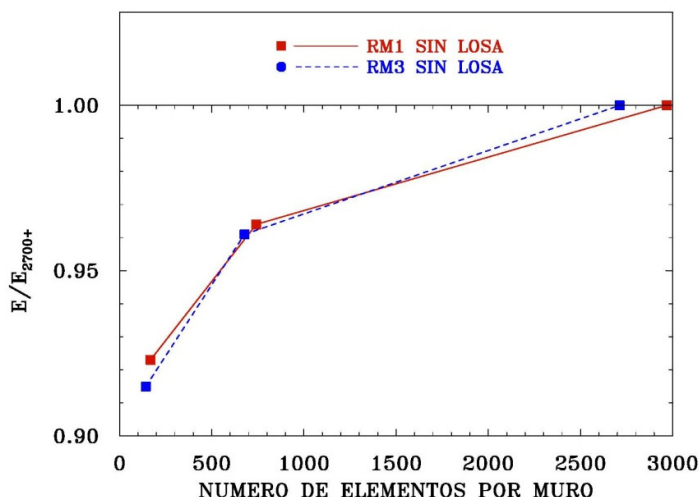


Figura 7: Energía normalizada con respecto a la malla de elementos finitos más fina considerada.

A-priori se sabe que bajo la hipótesis de un comportamiento totalmente elástico, cuando los muros no disponen de losas y dado que E_m y G_m guardan la misma proporción, entonces la ampliación relativa de los desplazamientos laterales está dada por el cociente inverso de los respectivos módulos de elasticidad, por lo que independientemente del número de niveles, ésta sería simplemente: $\Delta_{Em12}/\Delta_{Em84} = 84/12=7$, que, como se aprecia en las Figuras 8 y 9, es la ampliación relativa reportada para los muros sin losa, y es la máxima ampliación que debería esperarse para todos los muros en estudio, como se confirma para los muros de tres, nueve y 18 niveles. Si se considera un ancho equivalente de losa, ésta aporta rigidez y por lo tanto, para patrones simétricos de aberturas las ampliaciones relativas disminuyen más a medida que la losa es más rígida (E_c mayor), lo que se aprecia en la Figura 8 para los muros RM1. Para los muros tipo RM1 se observa que el impacto del ancho equivalente de losa en las ampliaciones relativas en los muros con aberturas es mucho más notorio para los modelos de tres niveles ($H/L = 1.41$, Figura 8a) donde la máxima diferencia se presenta cuando $E_c = 300 \text{ ton/cm}^2$ en el tercer nivel (98.1% de la ampliación relativa cuando no se considera losa), y que va disminuyendo conforme aumenta la altura, de manera que prácticamente no existe diferencia para los muros de nueve niveles ($H/L = 4.24$, Figura 8b) y dieciocho niveles ($H/L = 8.48$, Figura 8c). Esta pequeña diferencia al considerar el ancho equivalente de losa puede deberse principalmente a que la distancia entre aberturas en elevación es relativamente mayor que la altura de cada abertura, por lo que la porción de muro que puede considerarse como “viga equivalente” es, de hecho, una viga muy peraltada, que es relativamente más rígida que el ancho de losa que se está considerando en este estudio.

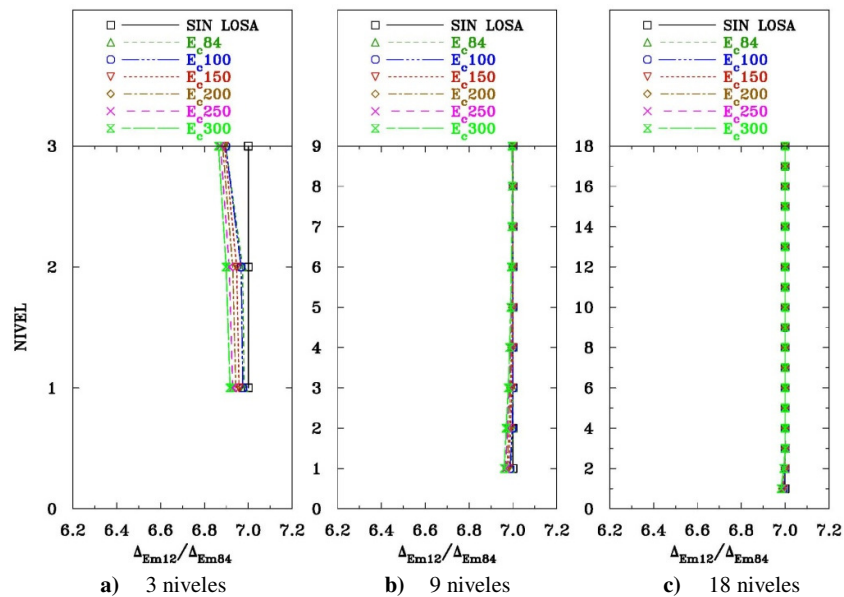


Figura 8: Amplificaciones relativas de los perfiles de los desplazamientos de modelos de muros RM1 ($\lambda = 18.4\%$) con aberturas tipo ventana simétricas, con o sin ancho equivalente de losa, para los muros más flexibles (Δ_{Em12}) con respecto a los muros más rígidos (Δ_{Em84}).

Para los muros tipo RM3 se obtienen resultados distintos y muy interesantes para el análisis (Figura 9). En primer lugar, se observan diferencias mucho mayores al considerar un ancho de losa equivalente con respecto a lo obtenido para los muros tipo RM1. Además, las tendencias observadas son distintas. Cuando se considera un ancho equivalente de losa, las amplificaciones relativas para los muros tipo RM3 disminuyen más a medida que la losa es más rígida (E_c mayor) sólo para los muros de tres niveles ($H/L = 1.41$, Figura 9a), donde la máxima diferencia se presenta, cuando $E_c = 300$ ton/cm², en el tercer nivel (75.9% de la amplificación relativa cuando no se considera losa). Sin embargo, a medida que aumenta la altura o esbeltez del muro, se observa la tendencia contraria, donde las máximas diferencias se aprecian para la losa más flexible ($E_c = 84$ ton/cm²), tanto para los modelos de nueve niveles ($H/L = 4.24$, Figura 9b) como de dieciocho niveles ($H/L = 8.48$, Figura 9c). Las máximas diferencias se presentan para los muros de seis niveles ($H/L = 2.82$, no mostrado), cuando $E_c = 84$ ton/cm² en el último nivel (70.3% de la amplificación relativa cuando no se considera losa). Para los muros de nueve niveles, la máxima diferencia se presentó cuando $E_c = 84$ ton/cm² en el último nivel (72.9% de la amplificación relativa cuando no se considera losa). Esta amplificación va disminuyendo conforme los muros tienen más niveles (o se hacen más esbeltos), reduciéndose la máxima diferencia al 82.6% en el nivel 4 cuando $E_c = 84$ ton/cm² para los modelos de 18 niveles ($H/L = 8.48$, Figura 9c). También se aprecia que a medida que aumenta el número de niveles (esbeltez), las diferencias pasan de crecer con altura en los muros de tres niveles (Figura 9a), a disminuir con la altura para los muros de seis a 18 niveles (Figura 9c). De hecho, también se aprecia que las diferencias tienden a disminuir a medida que la rigidez de la losa aumenta para los modelos de, seis, nueve (Figura 9b), doce, quince y dieciocho niveles (Figura 9c), y que particularmente empiezan a disminuir más cuando E_c de la losa aumenta para los niveles superiores (Figuras 9b y 9c). La razón principal de esta diferencia se considera que está ligada al tipo de abertura de puerta en estudio, que es una puerta que abarca toda la altura de entrespiso (Figuras 5b y 6b) y que, por ello, en este caso el considerar un ancho equivalente de losa sí impacta mucho más en la rigidez lateral de los muros con respecto a otros casos considerados, como los de muros con aberturas de ventanas, donde existe una porción de muro por debajo y por encima de la ventana (por ejemplo, Figuras 5a y 6a) la cual aporta una mayor rigidez que la del ancho de losa equivalente considerado en este estudio. Es por ello que a medida que el muro comienza a ser esbelto ($H/L = 2.84$) y el material del muro es menos rígido ($E_m = 12$ ton/cm²), los desplazamientos laterales de estos muros se reducen más notoriamente por la exclusiva presencia del patín equivalente de la losa que para un muro más rígido ($E_m = 84$ ton/cm²), y es por ello que las mayores reducciones se observan cuando se considera el menor módulo de elasticidad de la losa ($E_c = 84$ ton/cm²). Sin embargo, a medida que la losa es más rígida (mayor E_c), la reducción relativa del desplazamiento entre muros con $E_m = 12$ ton/cm² y $E_m = 84$ ton/cm² es menor.

Aunque existen algunas diferencias importantes en los resultados normalizados obtenidos para los muros más rígidos con respecto a los más flexibles exclusivamente para el modelo RM3, ante la imposibilidad de presentar todos los resultados relevantes en un artículo técnico, en adelante solamente se presentan y discuten los resultados normalizados para los muros más rígidos ($E_m = 84$ ton/cm²) de los modelos RM1 y RM3, pues además de ser representativos de las otras dos rigideces consideradas (Tabla 1), para fines de diseño su rigidez elástica es más

cercana a la rigidez que requerirían muros de alturas mayores a seis niveles para poder cumplir con las restricciones por desplazamientos laterales que solicitan los reglamentos de diseño sísmico.

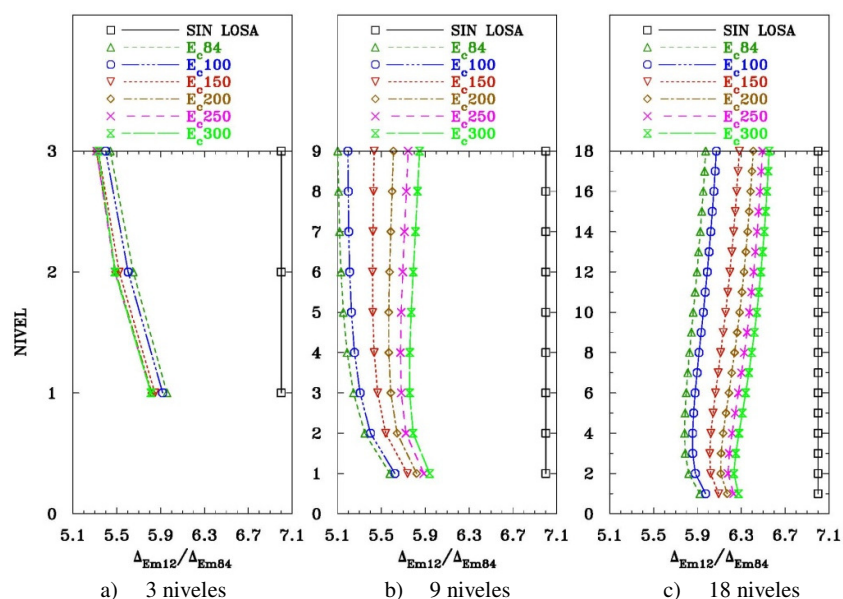


Figura 9: Amplificaciones relativas de los perfiles de los desplazamientos de modelos de muros RM3 ($\lambda = 28.9\%$) con aberturas tipo ventana y puerta asimétricas, con o sin ancho equivalente de losa, para los muros más flexibles (Δ_{Em12}) con respecto a los muros más rígidos (Δ_{Em84}).

En las Figuras 10 y 11 se presentan perfiles de desplazamientos laterales promedio normalizados para los muros más rígidos ($E_m = 84 \text{ ton/cm}^2$) de los modelos RM1 y RM3 respectivamente, considerando la presencia o ausencia de un ancho de losa equivalente, para todas las alturas en estudio. Para facilitar las comparaciones, los perfiles de desplazamientos laterales promedio obtenidos con elementos finitos (Δ_{FEM}) se normalizaron con respecto al desplazamiento lateral promedio del último nivel de los muros sin la presencia de losa, que se identifican como Δ_{FEM-SL} en las Figuras 10 y 11. De igual manera, la rigidez relativa de la losa se identifica con base en su módulo de elasticidad, por lo que E_c84 identifica los resultados cuando $E_c = 84 \text{ ton/cm}^2$ mientras que E_c300 cuando $E_c = 300 \text{ ton/cm}^2$ (Tabla 1).

De los resultados mostrados en la Figura 10 para los modelos RM1, se aprecia que el considerar un ancho equivalente de losa tiene un impacto poco significativo en los perfiles de desplazamientos laterales promedio, pues salvo para los modelos de tres niveles ($H/L = 1.41$), las diferencias son prácticamente imperceptibles. En cambio, de los resultados mostrados en la Figura 11 se aprecia que el impacto de la rigidez de la losa es más significativa y, como era de esperarse, los desplazamientos laterales se reducen más con respecto a los modelos sin losa a medida que la losa es más rígida (mayor valor de E_c). También se aprecia que, en términos generales, la proporción de la reducción de estos desplazamientos laterales no varía de manera apreciable con la altura o esbeltez del muro, pues para una losa con $E_c = 300 \text{ ton/cm}^2$, el desplazamiento máximo es 81.0% del muro sin losa para los modelos de tres niveles y de 82.4% para los muros de 18 niveles.

Las diferencias observadas entre los perfiles de desplazamiento lateral promedio obtenidos para los modelos RM1 y RM3 cuando se considera la presencia de la losa confirman el hecho que, en aberturas tipo puerta que abarcan todo la altura del entrepiso, el impacto en la rigidez lateral de un ancho de losa equivalente es más importante que cuando sólo se tiene aberturas tipo ventana que se ubican razonablemente centradas en la porción media de los muros. También influye que en los muros tipo RM3 se tiene un parámetro de abertura $\lambda = 29.8\%$, notablemente mayor que en los muros tipo RM1 ($\lambda = 18.4\%$) por los muros tipo RM3 son más flexibles que los muros tipo RM1 por este solo concepto.

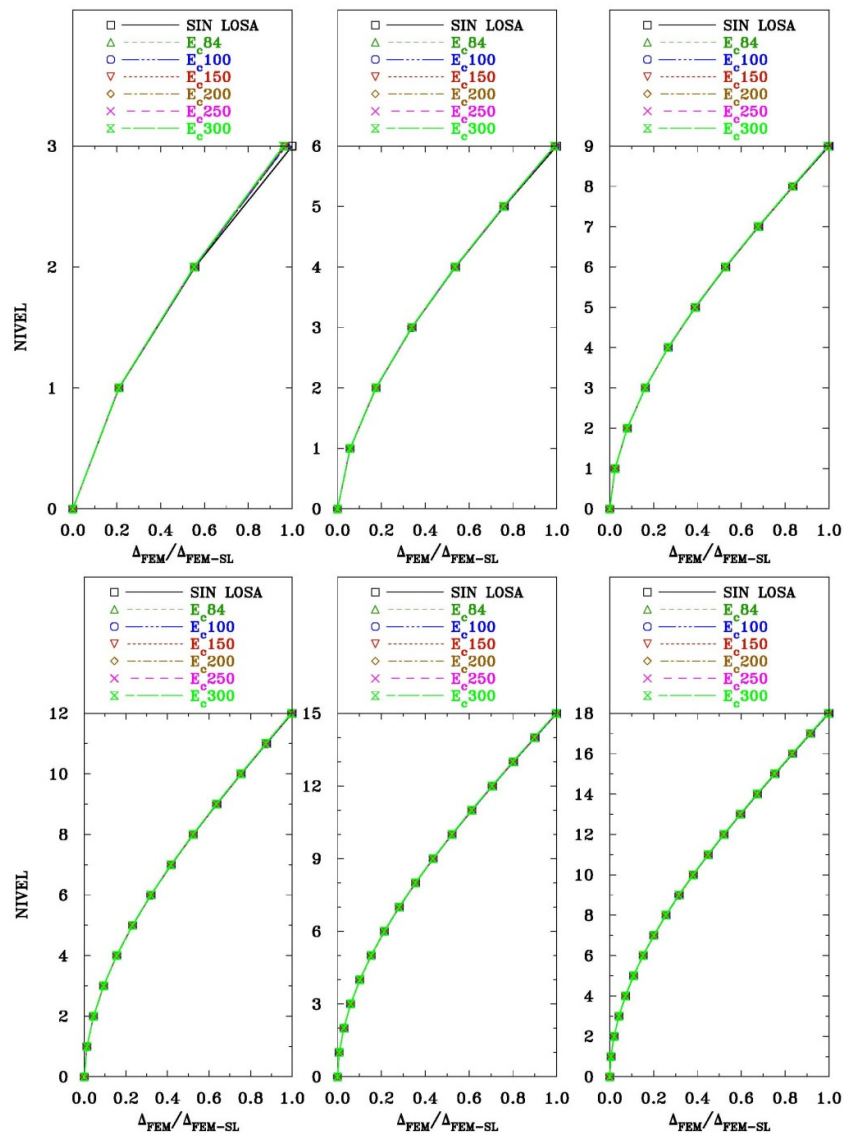


Figura 10: Perfiles normalizados de desplazamientos laterales promedio obtenidos con elementos finitos para los muros RM1 ($\lambda = 18.4\%$) de tres a dieciocho niveles más rígidos ($E_m = 84 \text{ ton/cm}^2$), considerando o despreciando el ancho equivalente de losa.

PROPUESTA PARA LA OBTENCIÓN DE UNA ABERTURA EQUIVALENTE

Para la aplicación de algunos de los métodos simplificados en estudio para estimar los desplazamientos laterales de muros con varias bandas o franjas de aberturas, como el método de Coull y Choudhury, se requiere definir una sola abertura o una abertura equivalente. Aunque en el método del marco equivalente en estudio esto no sería del todo necesario, también resulta interesante explorar los resultados que se obtienen proponiendo una abertura equivalente que represente el comportamiento que tendría el muro real. Rivera (2006) hizo una propuesta bastante simple que ya ha sido descrita, ejemplificada y comparada con resultados obtenidos con modelos de elementos finitos reportados en un estudio anterior (Tena et al., 2011).

En esta investigación se estudió una modificación o mejora a la propuesta originalmente hecha por Rivera (2006), por lo que puede considerarse como la propuesta “Rivera modificada”. Los detalles se presentan en Liga (2017) y se resume e ilustra a continuación.

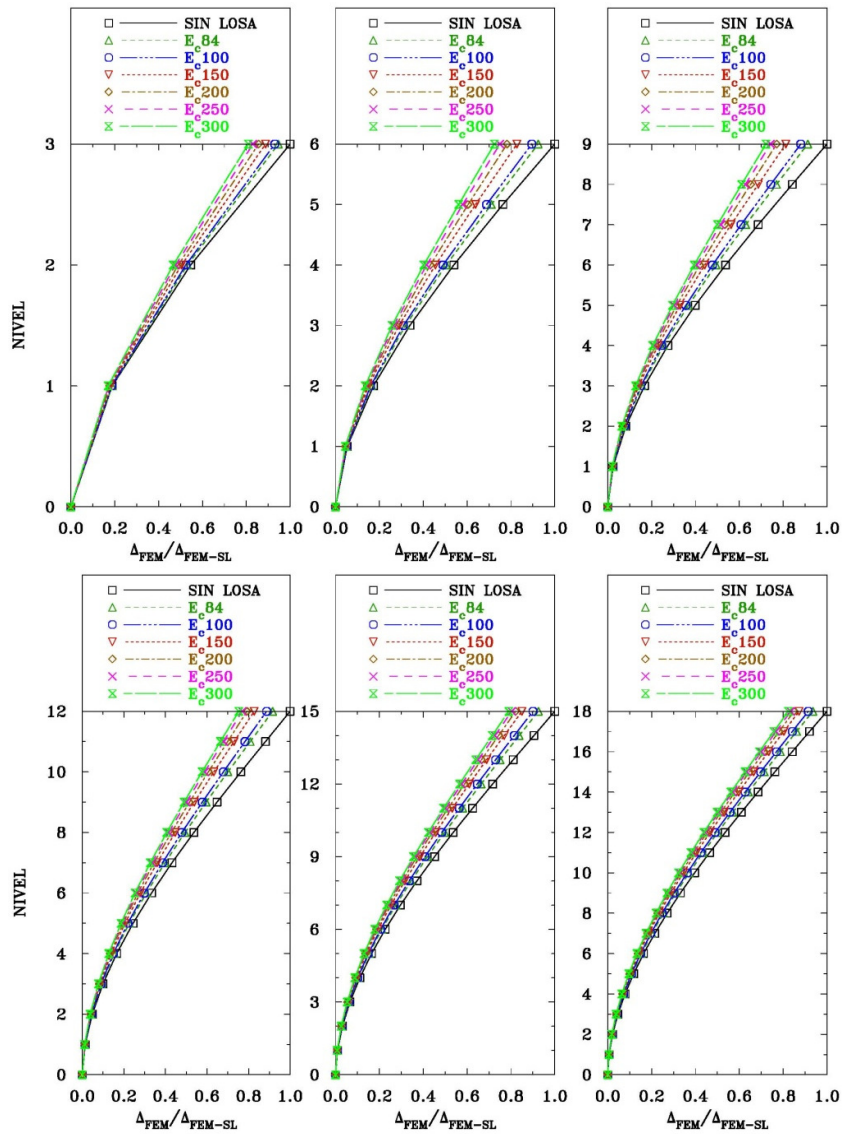


Figura 11: Perfiles normalizados de desplazamientos laterales promedio obtenidos con elementos finitos para los muros RM3 ($\lambda = 28.9\%$) de tres a dieciocho niveles más rígidos ($E_m = 84 \text{ ton/cm}^2$), considerando o despreciando el ancho equivalente de losa.

La propuesta actualizada para calcular aberturas equivalentes consiste simplemente en aplicar los siguientes pasos:

- 1) El área de la abertura equivalente (A_{eq}) es la suma de las áreas de cada abertura real A_i , donde n es el número total de aberturas:

$$A_{eq} = \sum_{i=1}^n A_i \quad (11)$$

- 2) La altura de la abertura equivalente (h_{eq}) es el promedio de las alturas de cada aberturas real h_i :

$$h_{eq} = \frac{\sum_{i=1}^n h_i}{n} \quad (12)$$

- 3) La longitud de la abertura equivalente (l_{eq}) se obtiene en proporción al área de ésta:

$$l_{eq} = \frac{A_{eq}}{h_{eq}} \quad (13)$$

- 4) La abertura equivalente se ubica simétricamente con respecto al centroide (largo y alto) de las aberturas originales. En caso que al ubicar a la abertura con respecto al centroide resultara que ésta se saliera fuera de los límites que definen al entrepiso con respecto a la altura, entonces se propone ubicarla en el borde inferior, de manera que toda la abertura quede dentro del muro. Si en cambio, al ubicar a la abertura con respecto al centroide resultara que ésta se saliera fuera de los extremos laterales del muro, entonces se ubicaría la abertura a partir del extremo del muro que corresponda.

El inciso 4 es la diferencia fundamental con respecto a la propuesta hecha por Rivera, para el caso de aberturas de distintas dimensiones o irregulares. Para el caso de aberturas idénticas y simétricas, como las del modelo RM1 (Figura 4a), la abertura equivalente obtenida con el método propuesto por Rivera y el explicado líneas atrás es la misma (Figura 12a). Sin embargo, para el muro RM3 (Figura 4b), que tiene aberturas de distintas características, la abertura equivalente con la nueva propuesta es la mostrada en la Figura 12b, mientras la obtenida con el método propuesto por Rivera es la que se muestra en la Figura 12c.

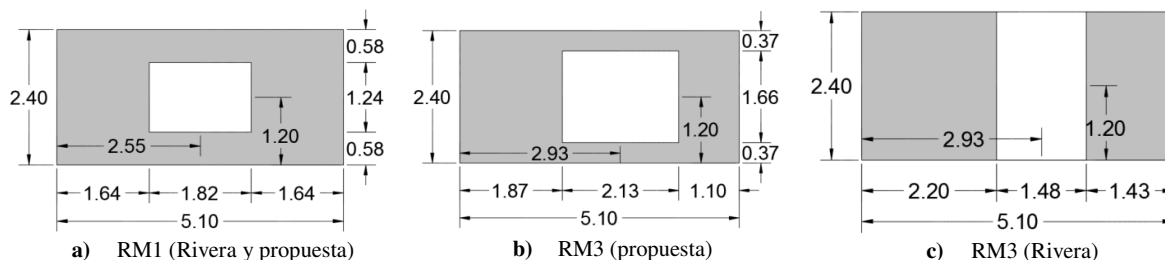


Figura 12: Aberturas equivalentes obtenidas para los muros con varias aberturas RM1 y RM3 mostrados en la Figura 4.

La revisión de la mejora de la estimación de la nueva propuesta con respecto a la de Rivera se hizo mediante análisis con el método del elemento finito para las aberturas equivalentes del modelo RM3. Para ello, se estudiaron modelos de tres (Figura 13) y doce niveles, con y sin losa, cuando se considera que $E_m = 84 \text{ ton/cm}^2$ para los muros y $E_c = 84 \text{ ton/cm}^2$ para las losas. Los perfiles normalizados se presentan en la Figura 14 cuando sólo se modelan los muros (sin losa) y en la Figura 15 cuando se considera el ancho equivalente de losa en estudio. Para facilitar las comparaciones, los perfiles de desplazamientos laterales promedio obtenidos con los modelos rigurosos en elementos finitos (Figura 13a) se normalizaron con respecto al desplazamiento lateral promedio del último nivel obtenido con esa modelación, por lo que se identifica como $\Delta_{\text{FEM-SL}}$ en la Figura 14 al desplazamiento máximo promedio obtenido para la modelación rigurosa en el último nivel y como $\Delta_{\text{FEM-CL}}$ en la Figura 15 a ese desplazamiento máximo cuando se considera la presencia de un ancho equivalente de losa.

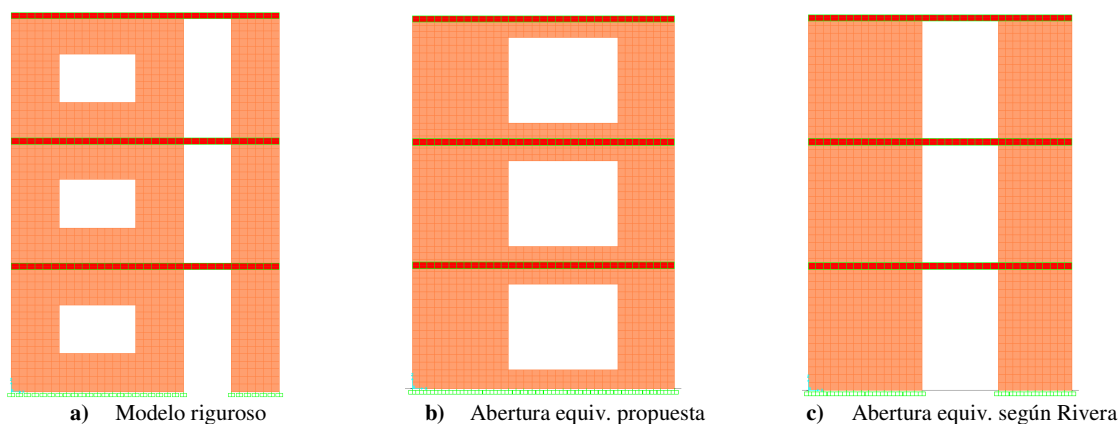


Figura 13: Modelos de tres niveles de RM3 en elementos finitos para valorar las propuestas de abertura equivalente.

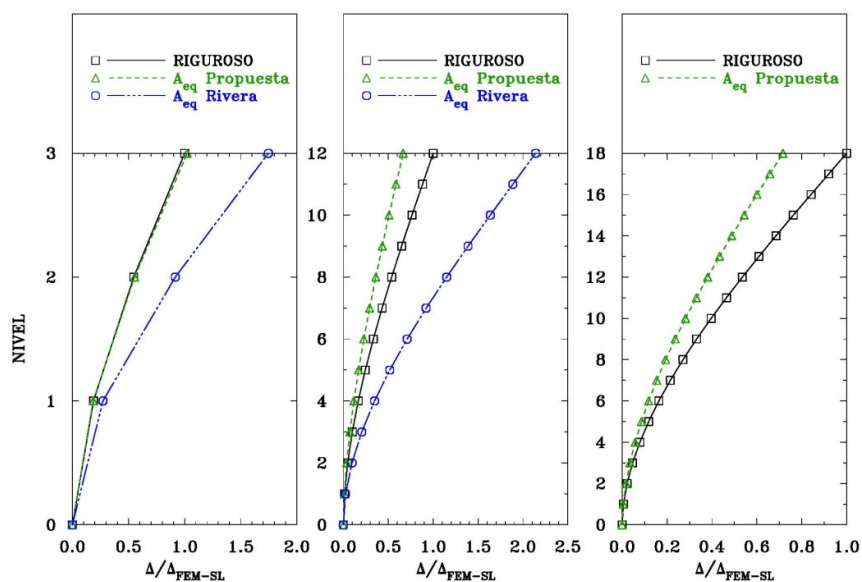


Figura 14: Comparación de los perfiles normalizados de desplazamientos laterales promedio obtenidos con elementos finitos para los modelos RM3 empleando propuestas de aberturas equivalentes con respecto al modelo riguroso.

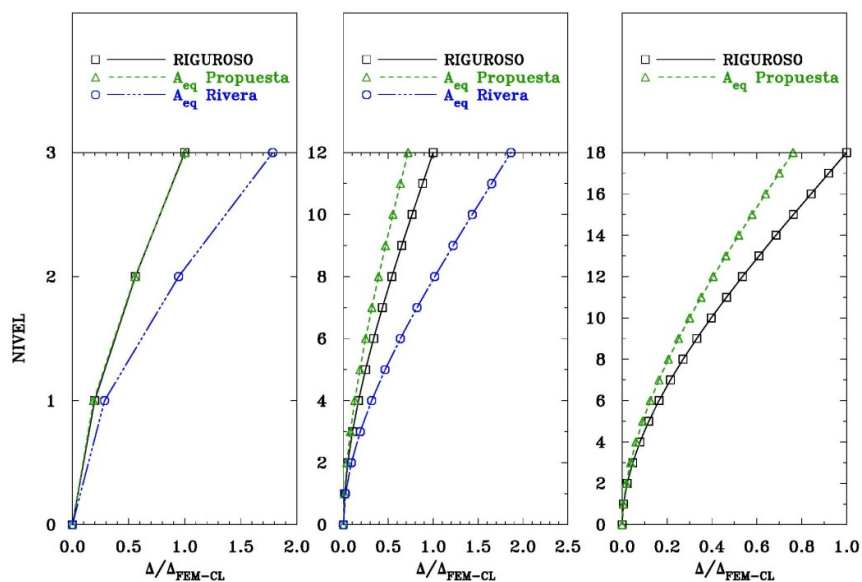


Figura 15: Comparación de los perfiles normalizados de desplazamientos laterales promedio obtenidos con elementos finitos para los modelos RM3 empleando propuestas de aberturas equivalentes con respecto al modelo riguroso, considerando un ancho equivalente de losa.

De la observación de los perfiles mostrados en las Figuras 14 y 15 para los modelos de tres y doce niveles se aprecia que, para el caso de los muros RM3, la propuesta de abertura equivalente hecha por Rivera (Figura 13c) lidera a un muro más flexible, por lo que se sobrestiman notablemente los desplazamientos laterales con respecto a una modelación rigurosa con elementos finitos. Para completar la comparación de la nueva propuesta de abertura equivalente, se comparó ésta con elementos finitos también para los modelos de 18 niveles, dado que se encontró que la abertura equivalente propuesta por Rivera ya no proporcionaba estimaciones razonables y no valía la pena continuar con esa discretización. Así, se observa en las Figuras 14 y 15 que la nueva propuesta de abertura equivalente lidera a mejores aproximaciones con respecto a la modelación rigurosa para el caso específico de los muros tipo RM3, tendiendo esta propuesta de abertura equivalente a una modelación algo más rígida. Cabe señalar que la aproximación obtenida con la abertura equivalente propuesta es prácticamente exacta para los modelos de tres niveles ($H/L = 1.41$), y va perdiendo precisión a medida que aumenta la altura (o relación de esbeltez) de los muros,

reduciéndose a un 71.6% para 18 niveles cuando no se incluye un ancho equivalente de losa (Figura 14) que, en rigor, es el mejor modelado para comparar a la abertura equivalente. En este caso en particular, el incluir el ancho equivalente de losa permite mejorar la aproximación obtenida, aumentando al 76.2% para los modelos de 18 niveles con respecto al modelo riguroso (Figura 15). La razón de por qué se tiene una muy buena aproximación para los muros de poca altura ($H/L = 1.41$) y se pierde precisión con la altura es que, quizás, con la abertura equivalente propuesta se hace una muy buena modelación de la deformación por cortante; sin embargo, se sobrestima para el caso de RM3 la rigidez a flexión y, por ello, a medida que aumenta la esbeltez (H/L), se reducen las aproximaciones, obteniéndose desplazamientos laterales promedio cada vez menores con respecto al modelado riguroso a medida que H/L aumenta.

Por supuesto, no se esperaba que una propuesta tan simple para obtener una abertura equivalente para muros con aberturas complejas fuera totalmente exitosa. Sin embargo, el grado de aproximación obtenida para configuraciones de aberturas tan complejas, pero a la vez tan comunes, como las del modelo RM3, le sugieren a uno que este concepto de emplear una abertura equivalente puede ser útil para estimar de manera más rápida, con una aproximación razonable, los perfiles de desplazamientos laterales promedio de muros con varias aberturas, como se presenta en la siguiente sección cuando se aplica este concepto de abertura equivalente junto con los métodos simplificados en estudio.

APROXIMACIONES OBTENIDAS CON MÉTODOS SIMPLIFICADOS

En secciones anteriores se describieron los métodos aproximados en evaluación, tanto el método del marco equivalente (o columna ancha equivalente), como el método de Coull y Choudhury, que en honor al trabajo pionero de Hubert Beck es rebautizado en este trabajo como el método de Beck-Coull. En ambos métodos se utilizan las propiedades de las secciones transversales sólidas de los muros en los cálculos, por lo que únicamente se fueron variando éstas para las evaluaciones. Por lo tanto, en estos métodos se discretiza a los muros con aberturas como si se trataran de dos muros acoplados por vigas muy peraltadas.

Para la consideración de las losas en ambos métodos, se calculó su inercia modelando las losas como “vigas equivalentes”, según se ilustra en la Figura 16, aplicando el principio de la sección transformada, dado que se tiene una parte de muro con módulo de elasticidad E_m y otra parte correspondiente a la losa con módulo de elasticidad E_c . En la Figura 16 se identifica la ubicación de la losa con el sombreado.

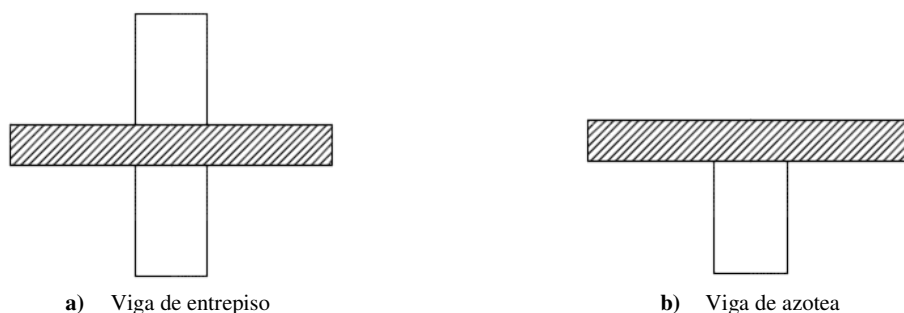


Figura 16: Vigas de acoplamiento consideradas en los métodos simplificados.

En el método de Beck-Coull, la carga lateral se incluye directamente en el valor de P (ecuación 9) y para poder aplicarlo, se emplearon las propuestas de aberturas equivalentes (Figuras 12a y 12b).

En el caso del método del marco equivalente (MEQ), la carga lateral se distribuyó uniformemente en los nodos al nivel de la azotea. Se evaluaron dos distintas modelaciones: a) la inherente al método, donde cada sección sólida de muro se modeló como columna ancha equivalente que se conectan por vigas con zonas de rigidez infinita (Figura 17a) y, b) empleando el concepto de la abertura equivalente (Figuras 12a y 12b), se definieron los respectivos marcos equivalentes para los modelos RM1 y RM3 (Figura 17b).

En las Figuras 18 y 19 se comparan los perfiles de los desplazamientos laterales promedio de entrepiso calculados con los distintos métodos aproximados con respecto al método del elemento finito para los modelos RM1 y RM3 respectivamente. Con la finalidad de facilitar su comparación, para cada modelo en estudio (número de niveles) los desplazamientos laterales (Δ) se normalizaron con respecto al desplazamiento de azotea obtenido con el método del elemento finito para cada modelo cuando no se considera la presencia de la losa. Por lo tanto, en las Figuras 18 y 19, Δ_{FEM-SL} es el desplazamiento lateral promedio de azotea obtenido con elementos finitos para los modelos donde no se considera la presencia de la losa. Para mejorar la visibilidad de las gráficas, sólo se presentan los perfiles obtenidos cuando no se considera la rigidez de la losa (SL) y cuando se considera la losa más rígida ($E_c/300$). Así, en cada subgráfica se presenta el perfil normalizado obtenido con el método del elemento finito bajo la

leyenda FEM, mientras que los resultados obtenidos con el método del marco equivalente para muros con múltiples aberturas (Figura 17a) se identifican con la leyenda MEQ, cuando se emplea el marco equivalente con el concepto de una abertura equivalente se identifica con la leyenda MEQ-AE y los obtenidos con el método de Coull y Choudhury (renombrado como Beck-Coull) con el concepto de abertura equivalente se identifica con la leyenda BC-AE.

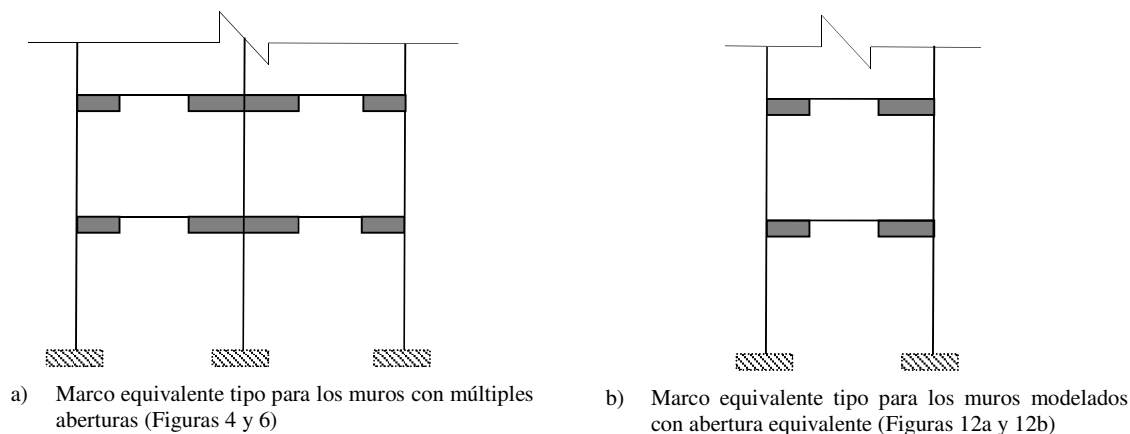


Figura 17: Modelaciones tipo en estudio para el método del marco equivalente.

Se aprecia en la Figura 18 que para los muros tipo RM1 (aberturas tipo ventana simétricamente dispuestas, figura 6a), las aproximaciones obtenidas con el método del marco equivalente “riguroso” o MEQ (Figura 17a) lideran las sobrestimaciones de los desplazamientos laterales con respecto a los del método del elemento finito (FEM), las cuales tienden a reducirse a medida que el muro es más esbelto, pasando de 27.9% para los modelos de tres niveles sin losa al 3.7% para los modelos de 18 niveles sin losa (SL).

Cuando se considera el concepto de abertura equivalente junto con el método del marco equivalente (MEQ-AE), se aprecia que las estimaciones de los perfiles de desplazamientos laterales son más rígidas que las obtenidas con el marco equivalente riguroso (MEQ), pero resultan razonables cuando se comparan con las del método del elemento finito (FEM). De hecho, para los muros de tres niveles, los desplazamientos se sobrestiman en un 16.8% con respecto al elemento finito cuando no se considera la losa (SL), pero se van reduciendo con la altura por comenzar a dar resultados relativamente más rígidos, siendo 95.9% del obtenido con elementos finitos para seis niveles y 83.1% para dieciocho niveles.

Cuando se emplea el método de Coull y Choudhury con el concepto de una abertura equivalente (BC-AE), se obtienen aproximaciones muy típicas de este método con respecto al aumento de altura (o relación de esbeltez): es poco preciso para muros de tres niveles ($H/L = 1.41$), donde la aproximación es de tan sólo el 60.8% con respecto a FEM-SL, pero la aproximación se incrementa a medida que los muros son más esbeltos hasta llegar a un 81.3% de los desplazamientos obtenidos con FEM-SL. Como se ha discutido previamente, en este caso el impacto de la rigidez de la losa es poco significativo en elementos finitos y lo es también en el caso de los otros métodos en estudio MEQ, MEQ-AE y BC-AE, por lo que las proporciones guardadas en los perfiles para $E_c = 300 \text{ ton/cm}^2$ son similares a los observados cuando no existe losa (SL).

En general, se puede concluir que para el caso específico de los muros tipo RM1, el concepto de una abertura equivalente es razonable para obtener estimaciones razonables de los desplazamientos laterales cuando se comparan con soluciones rigurosas con elementos finitos, sobre todo cuando se emplea el método del marco equivalente (MEQ-AE), y con el método de Coull y Choudhury sólo para muros que tienden a ser esbeltos (nueve niveles o $H/L = 4.24$). El concepto de una abertura equivalente, en este caso, lidera generalmente a aproximaciones más rígidas (con excepción del modelo del marco equivalente de tres niveles, MEQ-AE).

En la Figura 19 se presentan los resultados para los muros tipo RM3 (aberturas tipo ventana y puertas dispuestas asimétricamente, figura 6b). Se aprecia de la figura 19 que las aproximaciones obtenidas con el método del marco equivalente “riguroso” o MEQ (Figura 17a) también resultan en sobrestimaciones de los desplazamientos laterales con respecto a los del método del elemento finito (FEM) cuando no se considera la rigidez de la losa (SL), las cuales tienden a reducirse a medida que el muro es más esbelto, pasando de 35.3% para los modelos de tres niveles sin losa al 12.7% para los modelos de 18 niveles. Sin embargo, y como ya se comentado anteriormente cuando se discutieron los resultados de los modelos con elementos finitos exclusivamente, en este caso el modelado de la losa reduce notablemente los desplazamientos laterales de los modelos. Así, se aprecia que cuando se considera el ancho efectivo de losa, las aproximaciones del MEQ mejoran notablemente con respecto a las del FEM, por lo que cuando $E_c = 300 \text{ ton/cm}^2$, los desplazamientos son sobrestimados en un 17.3% en los modelos de tres niveles y son

prácticamente iguales para los modelos de seis a dieciocho niveles; en éste último modelo la aproximación es del 98.9%.

Cuando se considera el concepto de abertura equivalente junto con el método del marco equivalente (MEQ-AE), se aprecia que las estimaciones de los perfiles de desplazamientos laterales resultan siempre más rígidas que las obtenidas con el marco equivalente riguroso (MEQ) y con las del método del elemento finito (FEM) para los modelos RM3 (Figura 19). En este caso, las aproximaciones obtenidas con respecto al método del elemento finito se van reduciendo conforme aumenta la altura (esbeltez) del modelo. Cuando no se considera losa (SL), los desplazamientos laterales máximos son 90.7% de los obtenidos con el método del elemento finito para los modelos de tres niveles; sin embargo, éstos se van reduciendo conforme aumenta la esbeltez, llegando a ser un 69.6% para dieciocho niveles. Cuando se considera la rigidez de la losa, la aproximaciones mejoran en lo general; así, cuando $E_c = 300 \text{ ton/cm}^2$ aumentan al 97.4% para los modelos de tres niveles y a 83.5% para los modelos de 18 niveles. Sin embargo, cabe señalar que esta mejora se debe mucho más a la notable reducción de los desplazamientos de los modelos en elementos finitos (FEM), dado que las curvas obtenidas con MEQ-AE cuando no se considera losa (SL) y cuando $E_c = 300 \text{ ton/cm}^2$ son muy similares, siendo ligeramente más rígidas cuando $E_c = 300 \text{ ton/cm}^2$ (Figura 19).

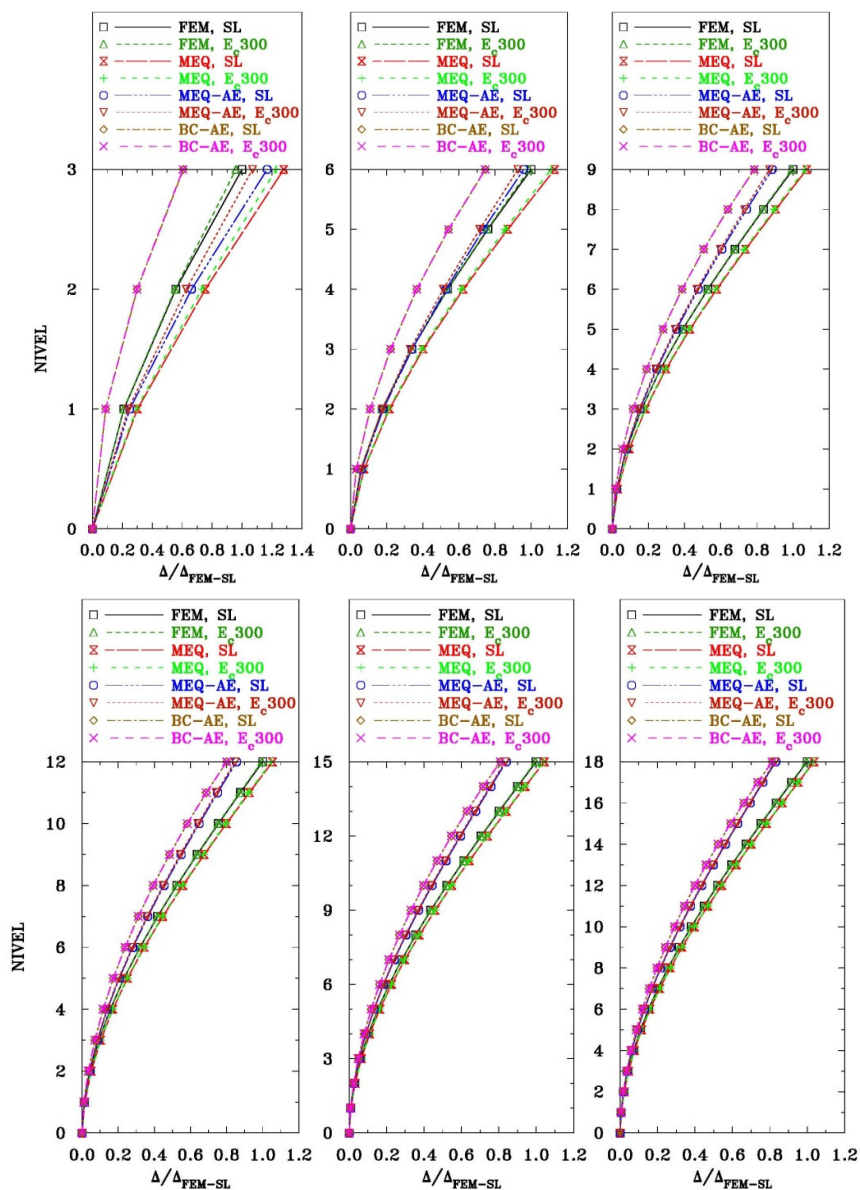


Figura 18: Comparación de los perfiles de desplazamientos laterales promedio de entrepiso obtenidos con los métodos aproximados en estudio normalizados con respecto al método del elemento finito para los muros tipo RM1 ($\lambda=18.4\%$) de tres a dieciocho niveles más rígidos ($E_m=84 \text{ ton/cm}^2$), considerando o despreciando el ancho equivalente de losa.

De los resultados mostrados en la Figura 19 se confirma que cuando se emplea el método de Coull y Choudhury con el concepto de una abertura equivalente (BC-AE), se obtienen aproximaciones muy típicas de este método con respecto al aumento de altura (o relación de esbeltez): es menos preciso para muros cortos o poco esbeltos (muros de tres niveles, $H/L = 1.41$), donde la aproximación es de tan sólo el 57.0% con respecto a FEM-SL, pero la aproximación se incrementa a medida que los muros son más esbeltos, hasta llegar a un 67.3% de los desplazamientos obtenidos con FEM-SL. Las aproximaciones mejoran ligeramente cuando se considera el ancho efectivo de losa, por lo que cuando $E_c = 300 \text{ ton/cm}^2$, las aproximaciones mejoran a un 68.1% para los modelos de tres niveles y hasta un 81.4% para los modelos de 18 niveles. Cabe señalar que esta mejora se debe mucho más a la notable reducción de los desplazamientos de los modelos en elementos finitos, dado que las curvas obtenidas con BC-AE cuando no se considera losa (SL) y cuando $E_c = 300 \text{ ton/cm}^2$ son muy similares, siendo ligeramente más rígidas cuando $E_c = 300 \text{ ton/cm}^2$ (Figura 19).

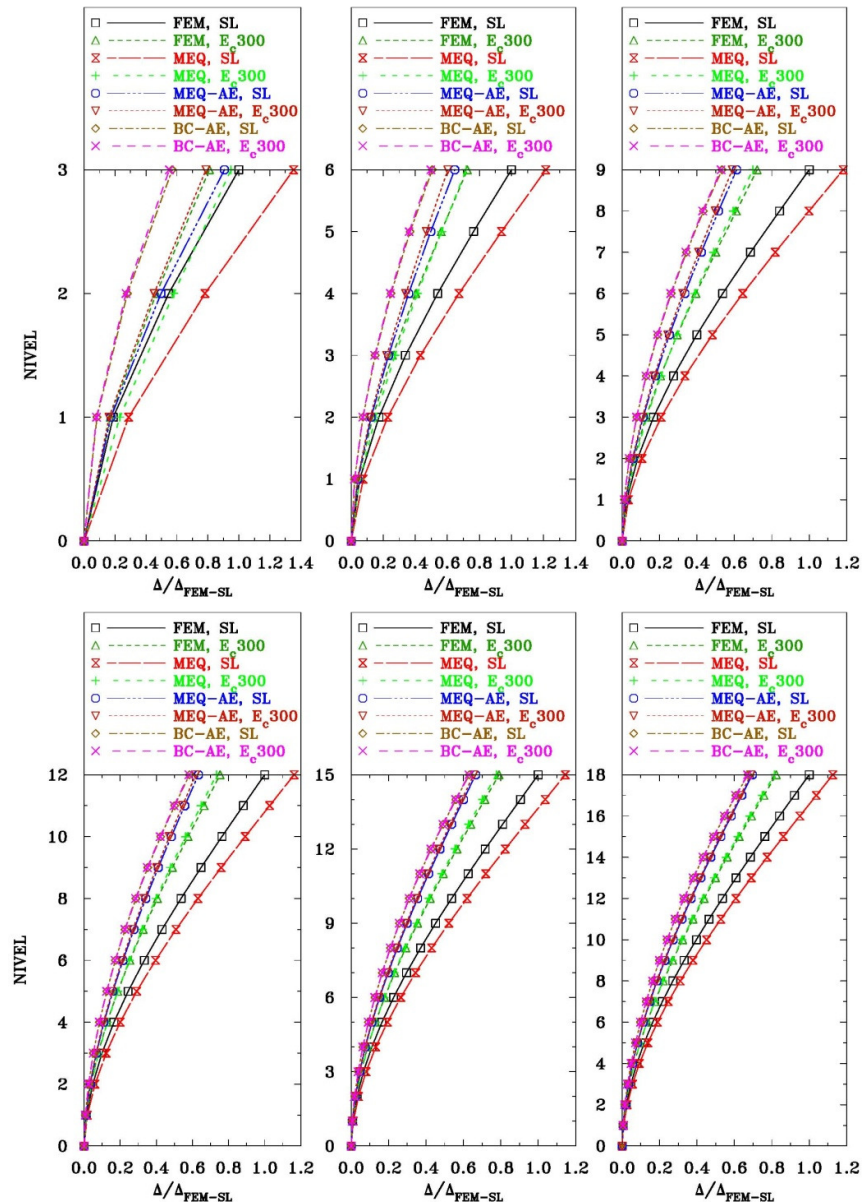


Figura 19: Comparación de los perfiles de desplazamientos laterales promedio de entrepiso obtenidos con los métodos aproximados en estudio normalizados con respecto al método del elemento finito para los muros tipo RM3 ($\lambda=28.9\%$) de tres a dieciocho niveles más rígidos ($E_m=84 \text{ ton/cm}^2$), considerando o despreciando el ancho equivalente de losa.

En general, se puede concluir que para el caso específico de los muros tipo RM1, el concepto de una abertura equivalente es razonable para obtener estimaciones razonables de los desplazamientos laterales cuando se comparan con soluciones rigurosas con elementos finitos principalmente cuando se considera un ancho equivalente de losa para fines de rigidez. Sin embargo, los resultados obtenidos para los modelos de RM3 que consideran a la abertura equivalente (MEQ-AE, BC-AE, Figura 19) ayudan a uno a reforzar la conclusión que para los modelos RM3, la rigidez a flexión de la abertura equivalente se sobreestima con respecto a la “real”, por lo que sería deseable en el futuro hacer un estudio más extenso de las limitaciones del concepto de abertura equivalente en función de la complejidad de geometría y de ubicación de las aberturas.

COMENTARIOS FINALES

Se presentó un estudio donde se compararon las aproximaciones obtenidas con el método del marco equivalente y el de Coull y Choudhury (identificado en este estudio como Beck-Coull) para estimar los desplazamientos laterales elásticos de muros con dos aberturas por entrepiso con los resultados obtenidos con el método del elemento finito para modelaciones hechas con mallados razonablemente finos. Se estudiaron muros de varios niveles y con distribuciones simétricas y asimétricas de dos aberturas por entrepiso con respecto a un eje vertical. Se consideró la aportación de la rigidez de losa en cada nivel a través de un ancho equivalente conforme lo establecen las recomendaciones de las Normas Técnicas Complementarias de Estructuras de Mampostería vigentes en la Ciudad de México y su zona conurbada. Se consideraron distintas rigideces tanto de los muros como de las losas de entrepiso. Se evaluó una propuesta actualizada para definir una sola abertura equivalente por entrepiso a partir de varias aberturas. De los resultados obtenidos empleando tanto el método del elemento finito como los métodos simplificados en estudio, se pueden hacer las siguientes conclusiones, que son sólo 100% válidas para muros con dos franjas de aberturas y parámetros de abertura $\lambda=18.4\%$ (simétricos) y $\lambda=28.9\%$ (moderadamente asimétricos):

- Cuando se modela un ancho equivalente de losa, se aumenta relativamente la rigidez lateral de los muros con aberturas y, por tanto, los desplazamientos laterales promedio son menores que cuando no se considera la rigidez de la losa. Los desplazamientos laterales promedio se reducen a medida que la losa es más rígida.
- El impacto de incluir un ancho equivalente de losa en aumentar la rigidez lateral de muros con aberturas fue mayor en los muros donde se tiene una abertura tipo puerta que abarca todo el entrepiso y una ventana (modelos RM3), que en muros que sólo se tiene aberturas tipo ventana que se ubican razonablemente centradas en la porción media de los muros (modelos RM1). También influye que en los muros tipo RM3 se tiene un parámetro de abertura ($\lambda=29.8\%$) notablemente mayor que en los muros tipo RM1 ($\lambda=18.4\%$), por los muros tipo RM3 son más flexibles que los muros tipo RM1 por este solo concepto.
- La modelación de la rigidez de la losa considerando el ancho efectivo propuesto en las NTCM-04 tuvo un impacto importante en reducir los desplazamientos laterales promedio en los muros tipo RM3 y resultó ser relativamente más importante en los muros más flexibles que se estudiaron (con un menor módulo de elasticidad, E_m). Para los muros tipo RM1, su impacto fue poco importante, en gran medida porque existen porciones importantes de muretes que funcionan como vigas muy peraltadas entre las aberturas de pisos contiguos.
- La propuesta actualizada para obtener una abertura equivalente para muros con múltiples aberturas sigue siendo muy fácil de aplicar y aumenta su precisión con respecto a la propuesta original de Rivera para muros con aberturas distintas que lideran a una abertura equivalente asimétrica.
- Para el caso específico de los muros tipo RM1, el concepto de una abertura equivalente es razonable para obtener estimaciones satisfactorias de los desplazamientos laterales empleando el método del marco equivalente (MEQ-AE) y de Beck-Coull (BC-AE) cuando se comparan con soluciones rigurosas con elementos finitos, principalmente cuando se considera un ancho equivalente de losa para fines de rigidez. Los perfiles de desplazamientos laterales obtenidos fueron, en general, ligeramente más rígidos, pero razonables cuando se comparan con los del método del elemento finito (FEM).
- En los resultados obtenidos con los métodos del marco equivalente (MEQ-AE) y de Beck-Coull (BC-AE) para los modelos RM3 cuando se considera una abertura equivalente se aprecia que las estimaciones de los perfiles de desplazamientos laterales resultan siempre más rígidas que las del método del elemento finito (FEM), sobre todo cuando se ignora la presencia de la losa, donde la subestimación puede llegar a ser muy importante. Por ello, estos resultados refuerzan la observación que para los modelos RM3, la rigidez a flexión de la abertura equivalente se sobrestima con respecto a la “real”, por lo que sería deseable en el futuro hacer un estudio más extenso de las limitaciones del concepto de abertura equivalente en función de la complejidad de la geometría y ubicación de las aberturas.

Finalmente, se puede concluir de manera general que en este estudio se confirma que la aproximación obtenida con los métodos del marco equivalente (MEQ) y Beck-Coull (BC) aumenta a medida que: a) las aberturas múltiples por entrepiso son más regulares y simétricas (modelos RM1) y, b) aumenta el número de niveles considerados en los muros con aberturas en el caso del método Beck-Coull. La modelación de la rigidez de la losa tiene mayor impacto en muros que incluyen aberturas típicas de puertas (modelos RM3), pero es menos importante en muros con exclusivamente aberturas tipo ventana, sobre todo si son simétricas y además se encuentran entre una porción de murete que pudiera substituirse por una viga muy peraltada (modelos RM1). Aunque el concepto de la abertura equivalente es prometedor para la estimación de perfiles de desplazamientos laterales, aún se requieren de extensos estudios paramétricos adicionales que permitan definir límites de aplicación en función de parámetros geométricos fáciles de cuantificar, como son el parámetro de abertura (λ) y el parámetro de excentricidad (e) de la abertura equivalente, que deberá estar forzosamente asociada a la complejidad de la geometría y ubicación de las aberturas múltiples.

AGRADECIMIENTOS

Ángel Eduardo Liga Paredes agradece la beca otorgada por el Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología de México (Conacyt), que le permitió involucrarse en este proyecto de investigación en el desarrollo de su tesis de maestría en el Posgrado de Ingeniería Estructural de la UAM Azcapotzalco. Se agradece sobremedida las valiosas observaciones y comentarios de los revisores que fueron muy útiles para pulir la redacción del manuscrito original.

REFERENCIAS

- Abrams, D. P., T. J. Paulson y A. Tena-Colunga (1990). "Aspects of response for masonry building structures", *Proceedings of the 4th National US Conference on Earthquake Engineering*, Palm Springs, California, Vol. II, pp. II-57 a II-65.
- Abrams, D. P. (1991). *A Set of Classnotes for a Course in: Masonry Structures*, first edition, The Masonry Society, Boulder, Colorado.
- Beck, H. (1962). "Contribution to the analysis of coupled shear walls", *Journal of the American Concrete Institute*, Vol. 59, No. 8, pp. 1055-1070.
- Coull, A. y J. R. Choudhury (1967a). "Stresses and deflections in coupled shear walls", *ACI Journal*, Vol. 64, Issue 2, pp. 65-72.
- Coull, A. y J. R. Choudhury (1967b). "Analysis of coupled shear walls", *ACI Journal*, Vol. 64, Issue 9, pp. 587-593.
- Coull, A. y R. D. Puri (1967). "Analysis of coupled shear walls of variable thickness", *Building Science*, Vol. 2, pp. 181-188.
- Coull, A. y N. K. Subedi (1972). "Coupled shear walls with two and three bands of openings", *Building Science*, Vol. 7, pp. 81-86.
- CSI-2013 (2013). "CSI Analysis Reference Manual for SAP2000, ETABS, SAFE and CSiBridge", Computers and Structures Inc., Walnut Creek, California.
- Green, N. B. (1952). "Bracing walls for multistory buildings", *Journal of the American Concrete Institute*, Vol. 49, No. 3, pp. 233-248.
- Liga, A. E. (2017). "Estimación en el Intervalo de Comportamiento Elástico de los Desplazamientos Laterales de Muros con Aberturas Mediante Métodos Simplificados", Tesis de Maestría, Posgrado en Ingeniería Estructural, División de Ciencias Básicas e Ingeniería, Universidad Autónoma Metropolitana Azcapotzalco, Ciudad de México.
- MacLeod, I. A. (2014). "Lateral stiffness of shear walls with openings", *Tall Buildings*, pp. 223-252.
- Muto, K. (1956). "Seismic analysis of reinforced concrete buildings", *Proceedings of the First World Conference on Earthquake Engineering*, San Francisco, California, pp. 34-1 a 34-18.
- NTCM-2004 (2004). "Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Mampostería", *Gaceta Oficial del Distrito Federal*, Tomo I, No. 103-BIS, pp. 4-53, Ciudad de México.
- Paulson, T. (1990). "Measured Inelastic Response of Reinforced Masonry Building Structures to Earthquake Motions", Ph.D. Thesis, Department of Civil Engineering, University of Illinois at Urbana-Champaign.
- Rivera, G. (2006). "Determinación de la Rigidez Lateral en Muros con Aberturas", Proyecto Terminal I, Departamento de Materiales, Universidad Autónoma Metropolitana, Ciudad de México.

- Schneider, R. y W. L. Dickey (1987). *Reinforced Masonry Design*, 2nd Edition, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.
- Schwaighofer, J. y H. F. Microys (1969). "Analysis of shear walls using standard computer programs", *ACI Journal*, Vol. 66, Issue 12, pp. 1005-1007.
- Tena, A. y D. P. Abrams (1989). "Modelado matemático del comportamiento sísmico de estructuras de mampostería reforzada", *Memorias del VIII Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica y VII Congreso Nacional de Ingeniería Estructural*, Acapulco, Guerrero, Vol. I, pp. B-93 a B-103.
- Tena, A. (2007). *Análisis de Estructuras con Métodos Matriciales*, primera edición, Limusa, Ciudad de México, México.
- Tena, A., G. Rivera y J. Vergara (2011). "Estimación de la rigidez lateral elástica de muros con aberturas", *Revista Internacional de Desastres Naturales, Accidentes e Infraestructura Civil*, Vol. 11. No. 2, pp. 135-161.
- Tena, A. y A. E. Liga (2018). "Impacto de la rigidez de la losa y la asimetría de las aberturas en la estimación de los desplazamientos laterales elásticos de muros", *Revista Internacional de Desastres Naturales, Accidentes e Infraestructura Civil*, Vol. 17, No. 1-2, pp. 23-44.
- Tena-Colunga, A. y D. P. Abrams (1990). "Estimating response of masonry structures with linear finite elements", *Proceedings of the Fifth North American Masonry Conference*, The University of Illinois at Urbana-Champaign, Urbana, Illinois, Vol. I, pp. 203-214.
- Tena-Colunga, A. (1992a). "Response of an Unreinforced Masonry Building during the Loma Prieta Earthquake", Ph.D. Thesis, Department of Civil Engineering, University of Illinois at Urbana-Champaign.
- Tena-Colunga, A. (1992b). "Seismic evaluation of unreinforced masonry structures with flexible diaphragms", *Earthquake Spectra*, Vol. 8, No. 2, pp. 305-318.